

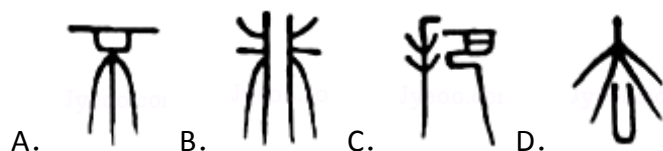
2018 年湖南省永州市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 10 个小题，每个小题只有一个正确选项，每小题 4 分，共 40 分）

1.（4 分）- 2018 的相反数是（ ）

- A. 2018 B. - 2018 C. $\frac{1}{2018}$ D. $-\frac{1}{2018}$

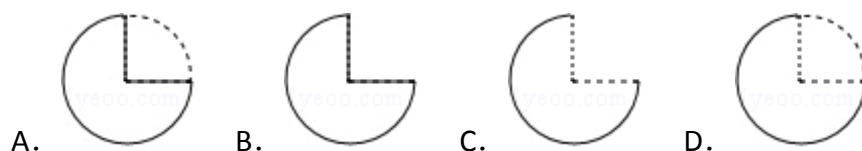
2.（4 分）誉为全国第三大露天碑林的“浯溪碑林”，摩崖上铭刻着 500 多方古今名家碑文，其中悬针篆文具有较高的历史意义和研究价值，下面四个悬针篆文文字明显不是轴对称图形的是（ ）



3.（4 分）函数 $y = \frac{1}{x-3}$ 中自变量 x 的取值范围是（ ）

- A. $x \geq 3$ B. $x < 3$ C. $x \neq 3$ D. $x = 3$

4.（4 分）如图几何体的主视图是（ ）



5.（4 分）下列运算正确的是（ ）

- A. $m^2 + 2m^3 = 3m^5$ B. $m^2 \cdot m^3 = m^6$ C. $(-m)^3 = -m^3$ D. $(mn)^3 = mn^3$

6.（4 分）已知一组数据 45, 51, 54, 52, 45, 44, 则这组数据的众数、中位数分别为（ ）

- A. 45, 48 B. 44, 45 C. 45, 51 D. 52, 53

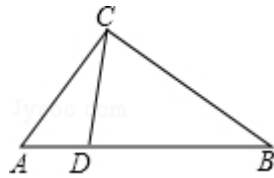
7.（4 分）下列命题是真命题的是（ ）

- A. 对角线相等的四边形是矩形
B. 对角线互相垂直的四边形是菱形

C. 任意多边形的内角和为 360°

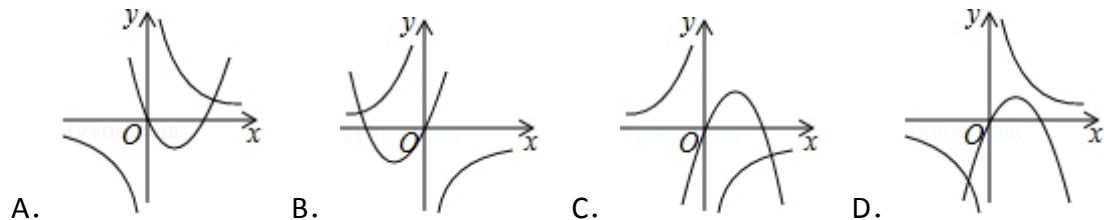
D. 三角形的中位线平行于第三边，并且等于第三边的一半

8. (4分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 是边 AB 上的一点， $\angle ADC = \angle ACB$ ， $AD=2$ ， $BD=6$ ，则边 AC 的长为 ()



A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

9. (4分) 在同一平面直角坐标系中，反比例函数 $y = \frac{b}{x}$ ($b \neq 0$) 与二次函数 $y = ax^2 + bx$ ($a \neq 0$) 的图象大致是 ()



10. (4分) 甲从商贩 A 处购买了若干斤西瓜，又从商贩 B 处购买了若干斤西瓜. A 、 B 两处所购买的西瓜重量之比为 $3:2$ ，然后将买回的西瓜以从 A 、 B 两处购买单价的平均数为单价全部卖给了乙，结果发现他赔钱了，这是因为 ()

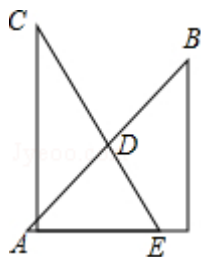
- A. 商贩 A 的单价大于商贩 B 的单价
- B. 商贩 A 的单价等于商贩 B 的单价
- C. 商贩 A 的单价小于商贩 B 的单价
- D. 赔钱与商贩 A 、商贩 B 的单价无关

二、填空题 (本大题共 8 个小题，每小题 4 分，共 32 分)

11. (4分) 截止 2017 年年底，我国 60 岁以上老龄人口达 2.4 亿，占总人口比重达 17.3%. 将 2.4 亿用科学记数法表示为_____.

12. (4分) 因式分解: $x^2 - 1 =$ _____.

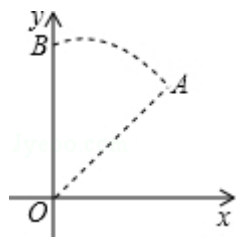
13. (4分) 一副透明的三角板，如图叠放，直角三角板的斜边 AB 、 CE 相交于点 D ，则 $\angle BDC =$ _____.



14. (4 分) 化简: $(1 + \frac{1}{x-1}) \div \frac{x^2+x}{x^2-2x+1} =$ _____.

15. (4 分) 在一个不透明的盒子中装有 n 个球, 它们除了颜色之外其它都没有区别, 其中含有 3 个红球, 每次摸球前, 将盒中所有的球摇匀, 然后随机摸出一个球, 记下颜色后再放回盒中. 通过大量重复试验, 发现摸到红球的频率稳定在 0.03, 那么可以推算出 n 的值大约是_____.

16. (4 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 已知点 $A(1, 1)$, 以点 O 为旋转中心, 将点 A 逆时针旋转到点 B 的位置, 则 $\widehat{AB}$ 的长为_____.



17. (4 分) 对于任意大于 0 的实数 x, y , 满足: $\log_2(x \cdot y) = \log_2 x + \log_2 y$, 若 $\log_2 2 = 1$, 则 $\log_2 16 =$ _____.

18. (4 分) 现有 A、B 两个大型储油罐, 它们相距 2km, 计划修建一条笔直的输油管道, 使得 A、B 两个储油罐到输油管道所在直线的距离都为 0.5km, 输油管道所在直线符合上述要求的设计方案有_____种.

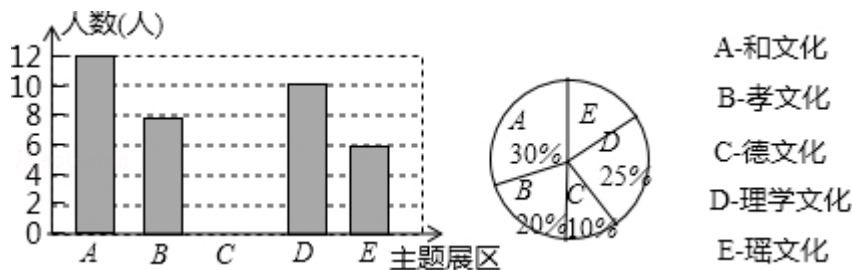
三、解答题 (本大题共 8 个小题, 解答题要求写出证明步骤或解答过程)

19. (8 分) 计算: $2^{-1} - \sqrt{3}\sin 60^\circ + |1 - \sqrt[3]{27}|$.

20. (8 分) 解不等式组 $\begin{cases} 2(x-1)+1 < x+2 \\ \frac{x-1}{2} > -1 \end{cases}$, 并把解集在数轴上表示出来.

21. (8 分) 永州植物园“清风园”共设 11 个主题展区. 为推进校园文化建设, 某校九年级 (1) 班组织部分学生到“清风园”参观后, 开展“我最喜欢的主题展区”

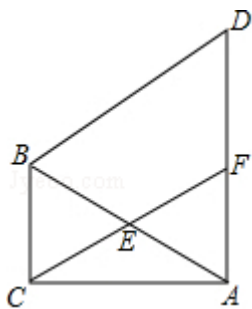
投票调查．要求学生从“和文化”、“孝文化”、“德文化”、“理学文化”、“瑶文化”五个展区中选择一项，根据调查结果绘制出了两幅不完整的条形统计图和扇形统计图．结合图中信息，回答下列问题．



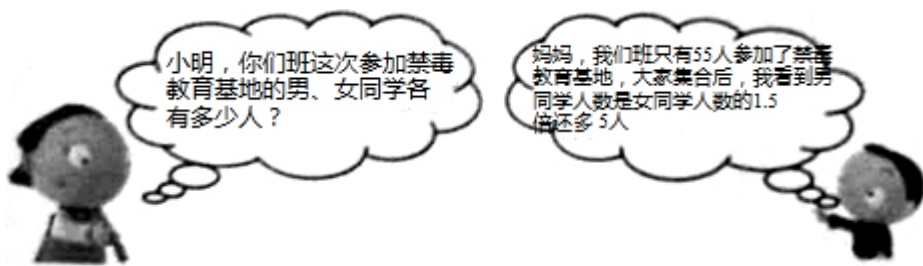
- (1) 参观的学生总人数为_____人；
- (2) 在扇形统计图中最喜欢“瑶文化”的学生占参观总学生数的百分比为_____；
- (3) 补全条形统计图；
- (4) 从最喜欢“德文化”的学生中随机选两人参加知识抢答赛，最喜欢“德文化”的学生甲被选中的概率为_____．

22. (10 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $\angle CAB=30^\circ$ ，以线段 AB 为边向外作等边 $\triangle ABD$ ，点 E 是线段 AB 的中点，连接 CE 并延长交线段 AD 于点 F ．

- (1) 求证：四边形 $BCFD$ 为平行四边形；
- (2) 若 $AB=6$ ，求平行四边形 $BCFD$ 的面积．



23. (10 分) 在永州市青少年禁毒教育活动中，某班男生小明与班上同学一起到禁毒教育基地参观，以下是小明和奶奶的对话，请根据对话内容，求小明班上参观禁毒教育基地的男生和女生的人



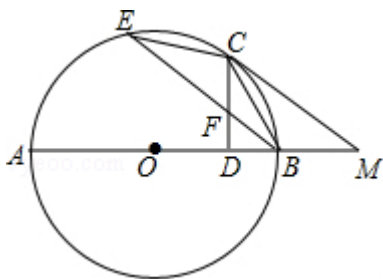
数.

24. (10 分) 如图，线段 AB 为 $\odot O$ 的直径，点 C, E 在 $\odot O$ 上， $\widehat{BC} = \widehat{CE}$ ， $CD \perp AB$ ，垂足为点 D ，连接 BE ，弦 BE 与线段 CD 相交于点 F 。

(1) 求证： $CF = BF$ ；

(2) 若 $\cos \angle ABE = \frac{4}{5}$ ，在 AB 的延长线上取一点 M ，使 $BM = 4$ ， $\odot O$ 的半径为 6。求

证：直线 CM 是 $\odot O$ 的切线。



25. (12 分) 如图 1，抛物线的顶点 A 的坐标为 $(1, 4)$ ，抛物线与 x 轴相交于 B, C 两点，与 y 轴交于点 $E(0, 3)$ 。

(1) 求抛物线的表达式；

(2) 已知点 $F(0, -3)$ ，在抛物线的对称轴上是否存在一点 G ，使得 $EG + FG$ 最小，如果存在，求出点 G 的坐标；如果不存在，请说明理由。

(3) 如图 2，连接 AB ，若点 P 是线段 OE 上的一动点，过点 P 作线段 AB 的垂线，分别与线段 AB 、抛物线相交于点 M, N (点 M, N 都在抛物线对称轴的右侧)，当 MN 最大时，求 $\triangle PON$ 的面积。

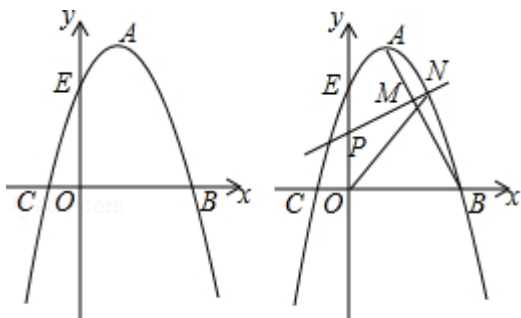
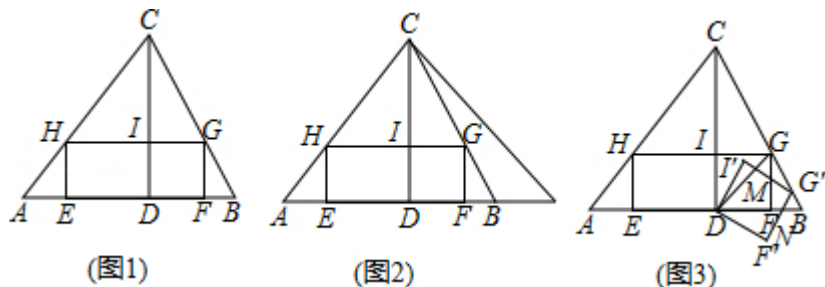


图1

图2

26. (12 分) 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, 矩形 $EFGH$ 的一边 EF 在 AB 上, 顶点 G 、 H 分别在 BC 、 AC 上, CD 是边 AB 上的高, CD 交 GH 于点 I . 若 $CI=4$, $HI=3$, $AD=\frac{9}{2}$. 矩形 $DFGI$ 恰好为正方形.



- (1) 求正方形 $DFGI$ 的边长;
- (2) 如图 2, 延长 AB 至 P . 使得 $AC=CP$, 将矩形 $EFGH$ 沿 BP 的方向向右平移, 当点 G 刚好落在 CP 上时, 试判断移动后的矩形与 $\triangle CBP$ 重叠部分的形状是三角形还是四边形, 为什么?
- (3) 如图 3, 连接 DG , 将正方形 $DFGI$ 绕点 D 顺时针旋转一定的角度得到正方形 $DF'G'I'$, 正方形 $DF'G'I'$ 分别与线段 DG 、 DB 相交于点 M , N , 求 $\triangle MNG'$ 的周长.

2018 年湖南省永州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 10 个小题，每个小题只有一个正确选项，每小题 4 分，共 40 分

1.

【解答】解：- 2018 的相反数是 2018.

故选：A.

2.

【解答】解：A、是轴对称图形，故此选项错误；

B、是轴对称图形，故此选项错误；

C、不是轴对称图形，故此选项正确；

D、是轴对称图形，故此选项错误；

故选：C.

3.

【解答】解：根据题意得： $x - 3 \neq 0$,

解得： $x \neq 3$.

故选：C.

4.

【解答】解：由图可得，几何体的主视图是：



故选：B.

5.

【解答】解：A、 m^2 与 $2m^3$ 不是同类项，不能合并，此选项错误；

B、 $m^2 \cdot m^3 = m^5$ ，此选项错误；

C、 $(-m)^3 = -m^3$ ，此选项正确；

D、 $(mn)^3 = m^3n^3$ ，此选项错误；

故选：C.

6.

【解答】解：数据从小到大排列为：44，45，45，51，52，54，

所以这组数据的众数为45，中位数为 $\frac{1}{2}(45+51)=48$.

故选：A.

7.

【解答】解：A、对角线相等的平行四边形是矩形，所以A选项为假命题；

B、对角线互相垂直的平行四边形是菱形，所以B选项为假命题；

C、任意多边形的外角和为 360° ，所以C选项为假命题；

D、三角形的中位线平行于第三边且等于第三边的一半，所以D选项为真命题.

故选：D.

8.

【解答】解： $\because \angle A = \angle A$ ， $\angle ADC = \angle ACB$ ，

$\therefore \triangle ADC \sim \triangle ACB$ ，

$\therefore \frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AC}$ ，

$\therefore AC^2 = AD \cdot AB = 2 \times 8 = 16$ ，

$\because AC > 0$ ，

$\therefore AC = 4$ ，

故选：B.

9.

【解答】解：A、抛物线 $y=ax^2+bx$ 开口方向向上，则 $a>0$ ，对称轴位于 y 轴的右侧，则 a 、 b 异号，即 $b<0$ 。所以反比例函数 $y=\frac{b}{x}$ 的图象位于第二、四象限，故本选项错误；

B、抛物线 $y=ax^2+bx$ 开口方向向上，则 $a>0$ ，对称轴位于 y 轴的左侧，则 a 、 b 同号，即 $b>0$ 。所以反比例函数 $y=\frac{b}{x}$ 的图象位于第一、三象限，故本选项错误；

C、抛物线 $y=ax^2+bx$ 开口方向向下，则 $a<0$ ，对称轴位于 y 轴的右侧，则 a 、 b 异号，即 $b>0$ 。所以反比例函数 $y=\frac{b}{x}$ 的图象位于第一、三象限，故本选项错误；

D、抛物线 $y=ax^2+bx$ 开口方向向下，则 $a<0$ ，对称轴位于 y 轴的右侧，则 a 、 b 异号，即 $b>0$ 。所以反比例函数 $y=\frac{b}{x}$ 的图象位于第一、三象限，故本选项正确；
故选：D。

10.

【解答】解：利润=总售价 - 总成本 $=\frac{a+b}{2} \times 5 - (3a+2b) = 0.5b - 0.5a$ ，赔钱了说明利润 < 0

$$\therefore 0.5b - 0.5a < 0,$$

$$\therefore a > b.$$

故选：A。

二、填空题（本大题共 8 个小题，每小题 4 分，共 32 分）

11.

【解答】解：2.4 亿 $= 2.4 \times 10^8$ 。

故答案为： 2.4×10^8

12.

【解答】解：原式 $= (x+1)(x-1)$ 。

故答案为： $(x+1)(x-1)$ 。

13.

【解答】解：∵ $\angle CEA=60^\circ$ ， $\angle BAE=45^\circ$ ，

$$\therefore \angle ADE=180^\circ - \angle CEA - \angle BAE=75^\circ,$$

$$\therefore \angle BDC=\angle ADE=75^\circ,$$

故答案为 75° 。

14.

$$\begin{aligned} \text{【解答】解：} & \left(1+\frac{1}{x-1}\right) \div \frac{x^2+x}{x^2-2x+1} \\ &= \frac{x-1+1}{x-1} \cdot \frac{(x-1)^2}{x(x+1)} \\ &= \frac{x}{x-1} \cdot \frac{(x-1)^2}{x(x+1)} \\ &= \frac{x-1}{x+1}, \end{aligned}$$

故答案为： $\frac{x-1}{x+1}$ 。

15.

【解答】解：由题意可得， $\frac{3}{n}=0.03$ ，

解得， $n=100$ 。

故估计 n 大约是 100。

故答案为： 100。

16.

【解答】解：∵ 点 A (1, 1)，

$$\therefore OA=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}, \text{ 点 A 在第一象限的角平分线上,}$$

∵ 以点 O 为旋转中心，将点 A 逆时针旋转到点 B 的位置，

$$\therefore \angle AOB=45^\circ,$$

$$\therefore \widehat{AB} \text{ 的长为 } \frac{45\pi \times \sqrt{2}}{180} = \frac{\sqrt{2}\pi}{4}.$$

故答案为 $\frac{\sqrt{2}\pi}{4}$ 。

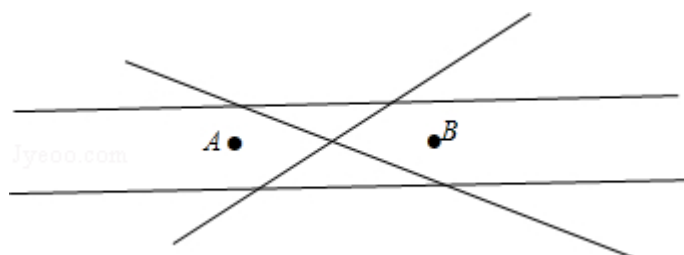
17.

【解答】解： $\log_2 16 = \log_2 (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) = \log_2 2 + \log_2 2 + \log_2 2 + \log_2 2 = 1 + 1 + 1 + 1 = 4$.

故答案为 4.

18.

【解答】解：输油管道所在直线符合上述要求的设计方案有 4 种，如图所示；



故答案为 4.

三、解答题（本大题共 8 个小题，解答题要求写出证明步骤或解答过程）

19.

【解答】解：原式 $= \frac{1}{2} - \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 2 = 1$.

20.

【解答】解：
$$\begin{cases} 2(x-1)+1 < x+2 \\ \frac{x-1}{2} > -1 \end{cases},$$

解不等式①，可得

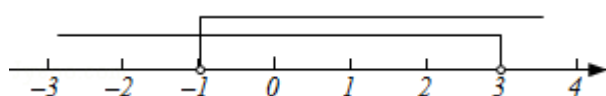
$x < 3$,

解不等式②，可得

$x > -1$,

$\therefore$ 不等式组的解集为 $-1 < x < 3$,

在数轴上表示出来为：

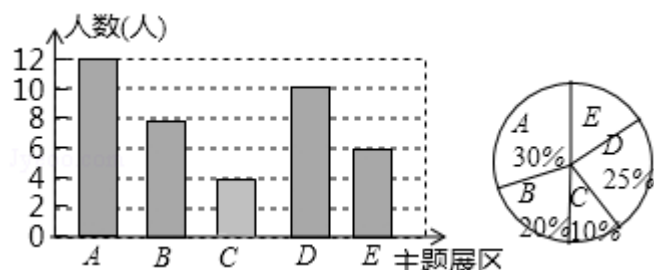


21.

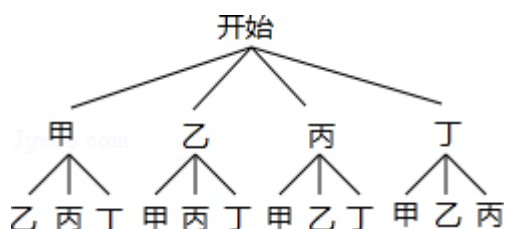
【解答】解：（1）参观的学生总人数为 $12 \div 30\% = 40$ （人）；

（2）喜欢“瑶文化”的学生占参观总学生数的百分比为 $\frac{6}{40} \times 100\% = 15\%$ ；

（3）“德文化”的学生数为 $40 - 12 - 8 - 10 - 6 = 4$ ，条形统计图如下：



（4）设最喜欢“德文化”的 4 个学生分别为甲乙丙丁，画树状图得：



∵ 共有 12 种等可能的结果，甲同学被选中的有 6 种情况，

∴ 甲同学被选中的概率是： $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$.

故答案为：40；15%； $\frac{1}{2}$.

22.

【解答】（1）证明：在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle CAB = 30^\circ$ ，

∴ $\angle ABC = 60^\circ$.

在等边 $\triangle ABD$ 中， $\angle BAD = 60^\circ$ ，

∴ $\angle BAD = \angle ABC = 60^\circ$.

∵ E 为 AB 的中点，

∴ $AE = BE$.

又 ∵ $\angle AEF = \angle BEC$ ，

∴ $\triangle AEF \cong \triangle BEC$.

在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， E 为 AB 的中点，

$$\therefore CE = \frac{1}{2}AB, \quad BE = \frac{1}{2}AB.$$

$$\therefore CE = AE,$$

$$\therefore \angle EAC = \angle ECA = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BCE = \angle EBC = 60^\circ.$$

$$\text{又} \because \triangle AEF \cong \triangle BEC,$$

$$\therefore \angle AFE = \angle BCE = 60^\circ.$$

$$\text{又} \because \angle D = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle AFE = \angle D = 60^\circ.$$

$$\therefore FC \parallel BD.$$

$$\text{又} \because \angle BAD = \angle ABC = 60^\circ,$$

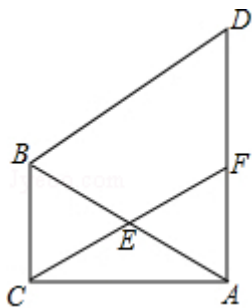
$$\therefore AD \parallel BC, \text{ 即 } FD \parallel BC.$$

$$\therefore \text{四边形 } BCFD \text{ 是平行四边形}.$$

(2) 解：在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\because \angle BAC = 30^\circ$ ， $AB = 6$ ，

$$\therefore BC = \frac{1}{2}AB = 3, \quad AC = \sqrt{3}BC = 3\sqrt{3},$$

$$\therefore S_{\text{平行四边形 } BCFD} = 3 \times 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3}.$$



23.

【解答】解：设小明班上参观禁毒教育基地的男生人数为 x 人，女生人数为 y 人，

$$\text{依题意得：} \begin{cases} x+y=55 \\ x=1.5y+5 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} x=35 \\ y=20 \end{cases},$$

答：小明班上参观禁毒教育基地的男生人数为 35 人，女生人数为 20 人。

24.

【解答】证明：（1）延长 CD 交 $\odot O$ 于 G ，如图，

$$\because CD \perp AB,$$

$$\therefore \widehat{BC} = \widehat{BG},$$

$$\because \widehat{BC} = \widehat{CE},$$

$$\therefore \widehat{CE} = \widehat{BG},$$

$$\therefore \angle CBE = \angle GCB,$$

$$\therefore CF = BF;$$

（2）连接 OC 交 BE 于 H ，如图，

$$\because \widehat{BC} = \widehat{CE},$$

$$\therefore OC \perp BE,$$

$$\text{在 Rt}\triangle OBH \text{ 中, } \cos \angle OBH = \frac{BH}{OB} = \frac{4}{5},$$

$$\therefore BH = \frac{4}{5} \times 6 = \frac{24}{5},$$

$$\therefore OH = \sqrt{6^2 - \left(\frac{24}{5}\right)^2} = \frac{18}{5},$$

$$\therefore \frac{OH}{OC} = \frac{\frac{18}{5}}{6} = \frac{3}{5}, \quad \frac{OB}{OM} = \frac{6}{6+4} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore \frac{OH}{OC} = \frac{OB}{OM},$$

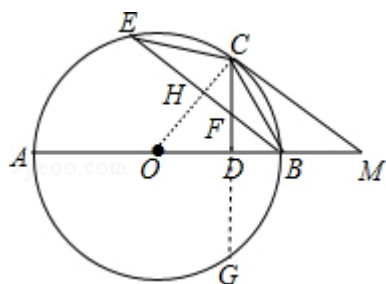
$$\text{而 } \angle HOB = \angle COM,$$

$$\therefore \triangle OHB \sim \triangle OCM,$$

$$\therefore \angle OCM = \angle OHB = 90^\circ,$$

$$\therefore OC \perp CM,$$

$\therefore$ 直线 CM 是 $\odot O$ 的切线.



25.

【解答】解：（1）设抛物线的表达式为： $y=a(x-1)^2+4$ ，

把（0，3）代入得： $3=a(0-1)^2+4$ ，

$a=-1$ ，

$\therefore$ 抛物线的表达式为： $y=-(x-1)^2+4=-x^2+2x+3$ ；

（2）存在，

如图 1，作 E 关于对称轴的对称点 E'，连接 E'F 交对称轴于 G，此时 EG+FG 的值最小，

$\because E(0, 3)$ ，

$\therefore E'(2, 3)$ ，

易得 E'F 的解析式为： $y=3x-3$ ，

当 $x=1$ 时， $y=3 \times 1 - 3 = 0$ ，

$\therefore G(1, 0)$

（3）如图 2， $\because A(1, 4)$ ， $B(3, 0)$ ，

易得 AB 的解析式为： $y=-2x+6$ ，

设 $N(m, -m^2+2m+3)$ ，则 $Q(m, -2m+6)$ ， $(0 \leq m \leq 3)$ ，

$\therefore NQ = (-m^2+2m+3) - (-2m+6) = -m^2+4m-3$ ，

$\because AD \parallel NH$ ，

$\therefore \angle DAB = \angle NQM$ ，

$\because \angle ADB = \angle QMN = 90^\circ$ ，

$\therefore \triangle QMN \sim \triangle ADB$ ，

$\therefore \frac{QN}{MN} = \frac{AB}{BD}$ ，

$\therefore \frac{-m^2+4m-3}{MN} = \frac{2\sqrt{5}}{2}$ ，

$\therefore MN = -\frac{\sqrt{5}}{5}(m-2)^2 + \frac{\sqrt{5}}{5}$ ，

$\because -\frac{\sqrt{5}}{5} < 0$ ，

$\therefore$ 当 $m=2$ 时，MN 有最大值；

过 N 作 $NG \perp y$ 轴于 G，

$$\because \angle GPN = \angle ABD, \quad \angle NGP = \angle ADB = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle NGP \sim \triangle ADB,$$

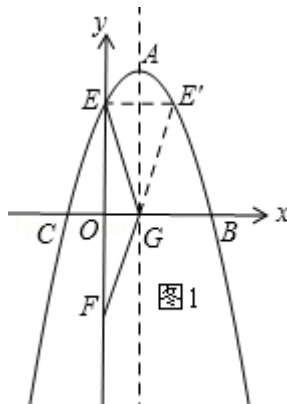
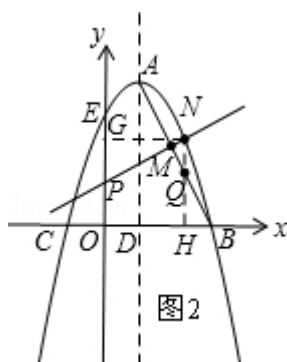
$$\therefore \frac{PG}{NG} = \frac{BD}{AD} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore PG = \frac{1}{2}NG = \frac{1}{2}m,$$

$$\therefore OP = OG - PG = -m^2 + 2m + 3 - \frac{1}{2}m = -m^2 + \frac{3}{2}m + 3,$$

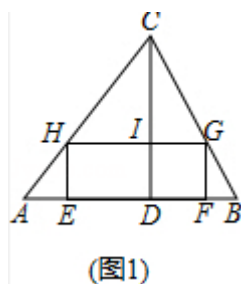
$$\therefore S_{\triangle PON} = \frac{1}{2}OP \cdot GN = \frac{1}{2} \left(-m^2 + \frac{3}{2}m + 3 \right) \cdot m,$$

$$\text{当 } m=2 \text{ 时, } S_{\triangle PON} = \frac{1}{2} \times 2 \left(-4 + 3 + 3 \right) = 2.$$



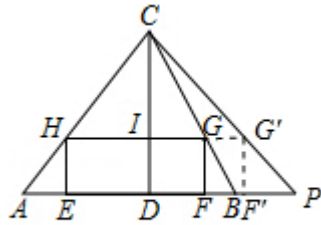
26.

【解答】解：（1）如图 1 中，



$\because HI \parallel AD$,
 $\therefore \frac{HI}{AD} = \frac{CI}{AD}$,
 $\therefore \frac{\frac{3}{2}}{\frac{9}{2}} = \frac{4}{AD}$,
 $\therefore AD=6$,
 $\therefore ID=CD - CI=2$,
 $\therefore$ 正方形的边长为 2.

(2) 如图 2 中, 设等 G 落在 PC 时对应的点为 G' , 点 F 的对应的点为 F' .



(图2)

$\because CA=CP$, $CD \perp PA$,
 $\therefore \angle ACD = \angle PCD$, $\angle A = \angle P$,
 $\because HG' \parallel PA$,
 $\therefore \angle CHG' = \angle A$, $\angle CG'H = \angle P$,
 $\therefore \angle CHG' = \angle CG'H$,
 $\therefore CH = CG'$,
 $\therefore IH = IG' = DF' = 3$,
 $\because IG \parallel DB$,
 $\therefore \frac{IG}{DB} = \frac{CI}{CD}$,
 $\therefore \frac{2}{DB} = \frac{4}{6}$,
 $\therefore DB=3$,
 $\therefore DB=DF'=3$,
 $\therefore$ 点 B 与点 F' 重合,
 $\therefore$ 移动后的矩形与 $\triangle CBP$ 重叠部分是 $\triangle BGG'$,
 $\therefore$ 移动后的矩形与 $\triangle CBP$ 重叠部分的形状是三角形.

(图3)

$$\therefore DN=DN, DM=DR,$$
$$\therefore MN = NR = NF' + RF' = NF' + MI',$$

第 18 页 (共 18 页)